

Οι μαθηματικές δραστηριότητες ως  
εργαλείο  
Διδασκαλίας και Αξιολόγησης

Ε.Κολέζα

# Οι Μαθηματικές Δραστηριότητες ως εργαλείο

**Διδασκαλίας**

Στόχοι περιεχομένου-Μαθησιακές διαδρομές-Διακύμανση

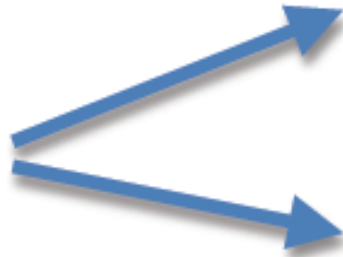
Στόχοι διαδικασίας-Επίπεδα δραστηριοτήτων

&

**Αξιολόγησης**

Μαθητών-Ταξινόμια SOLO

Δασκάλων



# Η μαθηματική δραστηριότητα

## A) Υλοποιεί τους στόχους του Π.Σ.

- Στόχους περιεχομένου (στο τέλος του μαθήματος οι μαθητές θα μπορούν να.....)
- Παιδαγωγικούς στόχους (ανακαλύπτω, διερευνώ, επιχειρηματολογώ, διατυπώνω, συμπεραίνω,.....) (Kalantzis-Cope)
- Γνωστικούς στόχους-Νοητικές Διεργασίες (Gras, Wiggins-Tighe, Swan, Webb, Stein, Sullivan)-**ΕΠΙΠΕΔΑ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ**

Η υλοποίηση των παραπάνω στόχων επιχειρείται να διασφαλιστεί μέσα από τέσσερις βασικές διεργασίες: α) του μαθηματικού συλλογισμού και της επιχειρηματολογίας, β) της δημιουργίας συνδέσεων/ δεσμών, γ) της επικοινωνίας μέσω της χρήσης εργαλείων, με βασικότερο τη φυσική γλώσσα, αλλά και τα

σύμβολα, τις διάφορες μορφές αναπαράστασης, τα τεχνουργήματα και τα εργαλεία της τεχνολογίας και δ) της μεταγνωστικής ενημερότητας. Το περιεχόμενο και ο κεντρικός προσανατολισμός των τεσσάρων αυτών διεργασιών περιγράφονται στη συνέχεια.

Β) Ελέγχει το επίπεδο κατανόησης  
(Διαμορφωτική αξιολόγηση-**SOLO**)

Γ) Ελέγχει το επίπεδο υλοποίησης των στόχων  
(Αθροιστική αξιολόγηση)

Δ) Έμμεσα αξιολογείται η γνώση του  
αντικειμένου και η Παιδαγωγική Γνώση του  
αντικειμένου των δασκάλων

Ο στόχος μιας δραστηριότητας μπορεί να ποικίλει  
απο

1. Την εισαγωγή μιας νέας έννοιας
  2. Στην πρακτική
  3. Στην ανάπτυξη επιχειρηματολογίας
  4. Στην επινόηση διαφόρων στρατηγικών επίλυσης
- κλπ

Τα είδη των δραστηριοτήτων που χρησιμοποιούμε καθορίζουν αυτό που θα μαθευτεί και το τι αντιλαμβάνονται οι μαθητές ως  
Μαθηματικά

- Ο σχεδιασμός των δραστηριοτήτων είναι ένα είδος  
'**metamathematics**'

Ποιές δραστηριότητες είναι καλές;  
Ανοιχτές-κλειστές:::

**Εκείνες που οδηγούν στη ΓΕΝΙΚΕΥΣΗ**

Κάποιοι αριθμοί γράφονται ως άθροισμα διαδοχικών όρων  $6 = 1 + 2 + 3$

$$11 = 5 + 6, \quad 18 = 3 + 4 + 5 + 6, \quad 15 = 7 + 8$$

Ποιοί αριθμοί έχουν αυτή την ιδιότητα;

- Θα επιλέγατε αυτό το πρόβλημα;
- Για ποιά τάξη;
- Ποιά είναι η "γνωστική απαίτηση" του προβλήματος;
- Στόχος;
- Παρανοήσεις;
- "Μεγάλη ιδέα;"
- Συνδέσεις;
- Πως θα το διαχειριζόσασταν διδακτικά;
- Θα το δίνετε ως αρχική διερευνητική δραστηριότητα, ή ως δραστηριότητα εφαρμογής;



2

$$3 = 1+2$$

4

$$5 = 2+3$$

$$6 = 1+2+3$$

$$7 = 3+4$$

8

$$9 = 4+5$$

$$10 = 1+2+3+4$$

$$11 = 5+6$$

$$12 = 3+4+5$$

$$13 = 6+7$$

Το άθροισμα 2 διαδοχικών: περιττός. Οι περιττοί γράφονται ως διαδοχικοί

Το άθροισμα 3 διαδοχικών  $n + (n+1) + (n+2) = 3n + 3$ . Πολλαπλάσιο του 3

$(n-1) + n + (n+1) + (n+2) = 4n + 2 = 2(2n+1)$  Το άθροισμα τεσσάρων διαδοχικών, είναι διπλάσιο περιττού. Οι διπλάσιοι των περιττών γράφονται ως άθροισμα διαδοχικών.

**Όλοι οι αριθμοί εκτός των δυνάμεων του 2 έχουν την ιδιότητα**

Τυπική απόδειξη μέσω του Θεωρήματος:

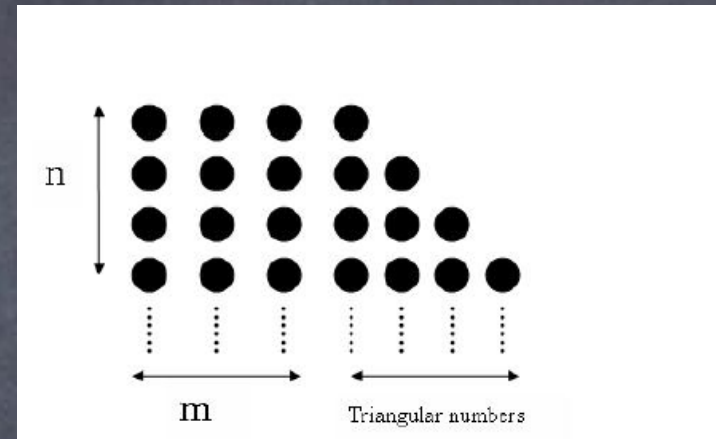
**Θεώρημα:** Το άθροισμα 2 διαδοχικών έχει έναν περιττό παράγοντα

(Έστω ότι το άθροισμα =  $2^n$ , Αλλά γράφοντας το άθροισμα ως γινόμενο βλέπουμε ότι έχει έναν περιττό παράγοντα. Το  $2^n$  δεν μπορεί να έχει περιττό παράγοντα)

Άθροισμα =

$$= nm + \frac{1}{2}n(n+1)$$

$$= \frac{n}{2}(2m+n+1)$$



## Δεύτερη απόδειξη (Στατιστική Γ Λυκείου)

- Περίπτωση 1: Μπορεί το  $2^n$  να προκύψει ως άθροισμα περιττού αριθμού διαδοχικών όρων;
- Περίπτωση 2: Μπορεί το  $2^n$  να προκύψει ως άθροισμα άρτιου αριθμού διαδοχικών όρων;

Αυτή είναι μια «καλή δραστηριότητα;»

- Πολλά κομμάτια μάρμαρο με **συνολικό βάρος 14 τόνους** πρόκειται να μεταφερθούν από μια πόλη σε μια άλλη. Τα ακριβή βάρη των επιμέρους κομματιών είναι άγνωστα, αλλά είναι γνωστό ότι **κανένα από αυτά τα κομμάτια δεν ζυγίζει περισσότερο από 400 kg.** :
- 1. Μπορούν 12 φορτηγά με ικανότητα μεταφοράς έως 1500 κιλά να μεταφέρουν όλο το μάρμαρο;
- 2. Ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός φορτηγών με ικανότητα μεταφοράς βάρους ίση με 1500 kg το καθένα που χρειάζεται για να μεταφέρουν το φορτίο;
- 3. Εάν 9 όμοια φορτηγά αρκούν για να μεταφέρουν αυτό το φορτίο, ποιο θα πρέπει να είναι το ελάχιστο βάρος που μπορεί να μεταφέρει το καθένα φορτηγό;

· Θα επιλέγατε αυτό το πρόβλημα;

· Για ποιά τάξη;

· Ποιά είναι η "γνωστική απαίτηση" του προβλήματος;

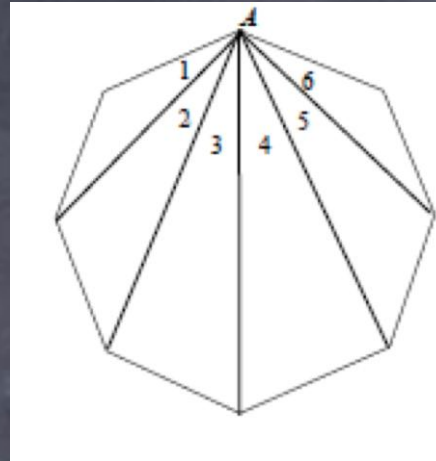
· Στόχος;

· Παρανοήσεις;

· "Μεγάλη ιδέα;"

· Συνδέσεις;

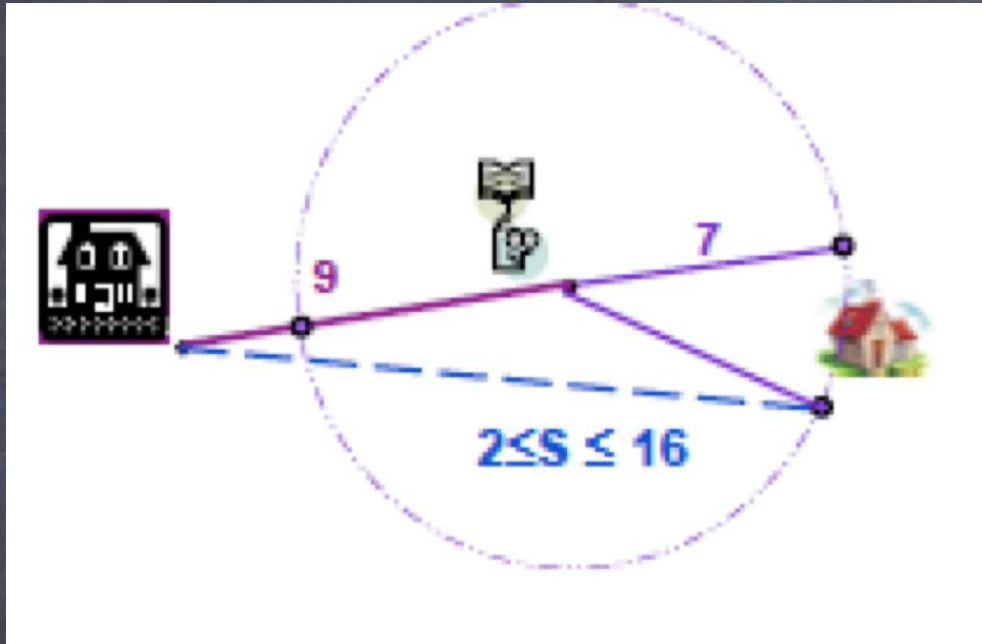
• Υπολογίστε τις γωνίες στο κανονικό οκτάγωνο



• Κάντε "έξυπνα" τον πολλαπλασιασμό

407 · 393

• Η απόσταση μεταξύ του σχολείου και του σπιτιού του Θωμά είναι 9 km και η απόσταση μεταξύ του σχολείου και του σπιτιού του Γιάννη είναι 7 km. Ποιά είναι η απόσταση μεταξύ των δυο σπιτιών;



## Αξίζει να θυμόμαστε:

- Μικρές αλλαγές στη δραστηριότητα, προκαλούν τεράστιες αλλαγές στα μαθησιακά αποτελέσματα ('butterfly' effect)
- Αναζητούμε δραστηριότητες που επιτρέπουν πρόσβαση από όλους σε διαφορετικά επίπεδα, **ΕΙΝΑΙ ΣΤΟΧΟΘΕΤΗΜΕΝΕΣ** και **καταλήγουν σε μια Γενίκευση (Μεγάλη ιδέα)**

- Exploring/Εξερευνώ
- Noticing Patterns/ Διακρίνω μοτίβα
- Conjecturing/Συμπεραίνω
- Generalizing/Γενικεύω
- Explaining/Εξηγώ
- Justifying/Αιτιολογώ
- Proving/ Αποδεικνύω

**Give the pupils something to do, not something to learn; and if the doing is of such a nature as to demand thinking; learning naturally results.**

John Dewey---→ Παράδειγμα



Atweh and Cooper (1995 p.302)

Δίνετε στους μαθητές η σχέση  $k + 5 = 9$  και τους ζητάτε να βρουν τον «άγνωστο», που δεν είναι άγνωστος για τα παιδιά.

Εναλλακτικά:::

•  $k + 7 = 11$

•  $k + 6 = 10$

•  $k + 5 = 9$

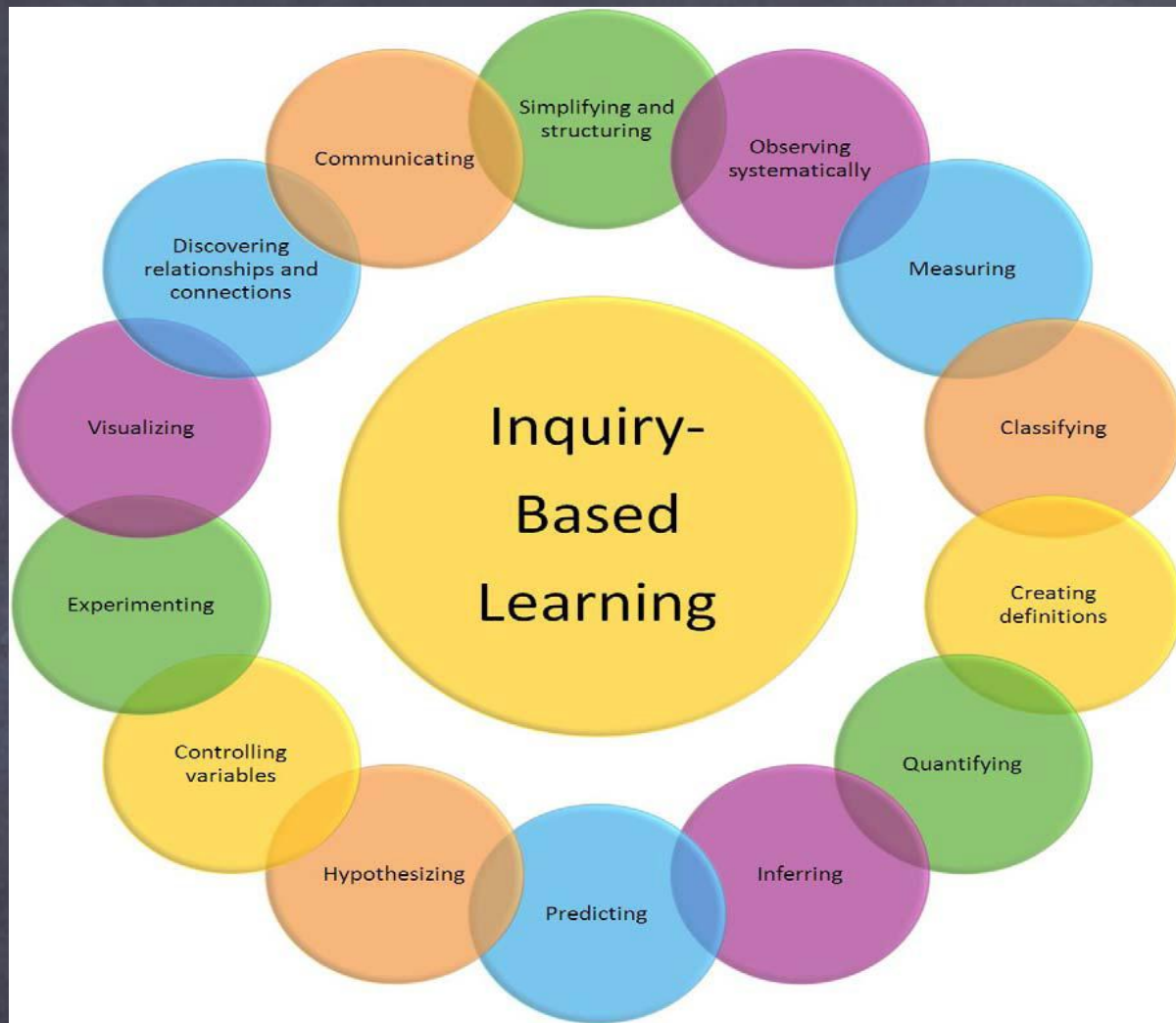
Συνεχίστε

•  $k + 0 = 4$

Φτιάξτε τις δικές σας ισότητες για  $k=3$

Επέκταση

•  $m - 7 = 156$



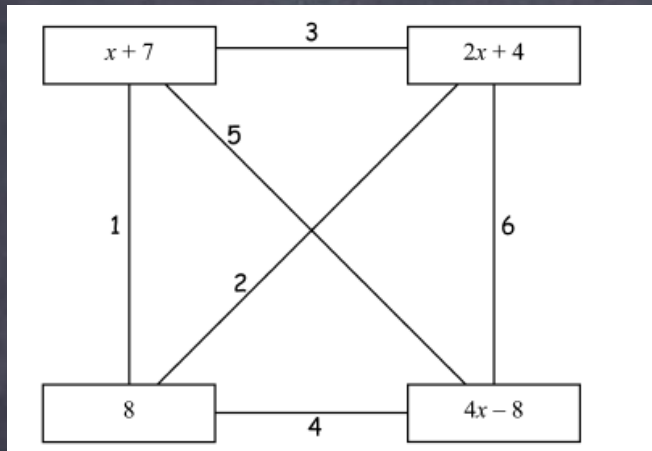
Παραδοσιακή διδασκαλία



PBL

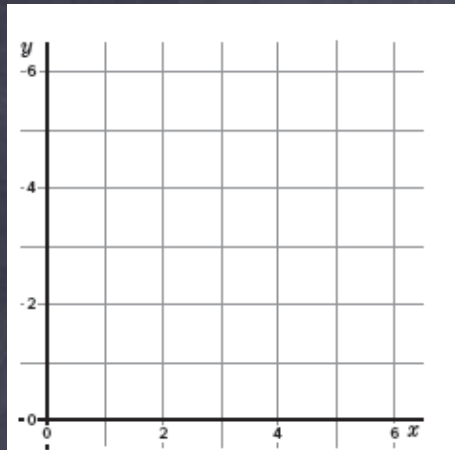
- Στη μαθηματική εκπαίδευση-ιστορικά-υπήρχε πάντα διαχωρισμός μεταξύ θεωρίας και πράξης/εφαρμογής
  - Η PBL έρχεται να γεφυρώσει το χάσμα
  - Τα προβλήματα αποτελούν αφορμή για τη διατύπωση της θεωρίας
    - ή
  - για **Δημιουργική Εφαρμογή της Θεωρίας**

## • Δημιουργική εφαρμογή



Φτιάξτε δικά σας παραδείγματα όπου όλες οι λύσεις είναι

- Ακέραιοι
- Διαφορετικοί ακέραιοι
- 2, 4, 6, 8, 10 και 12,

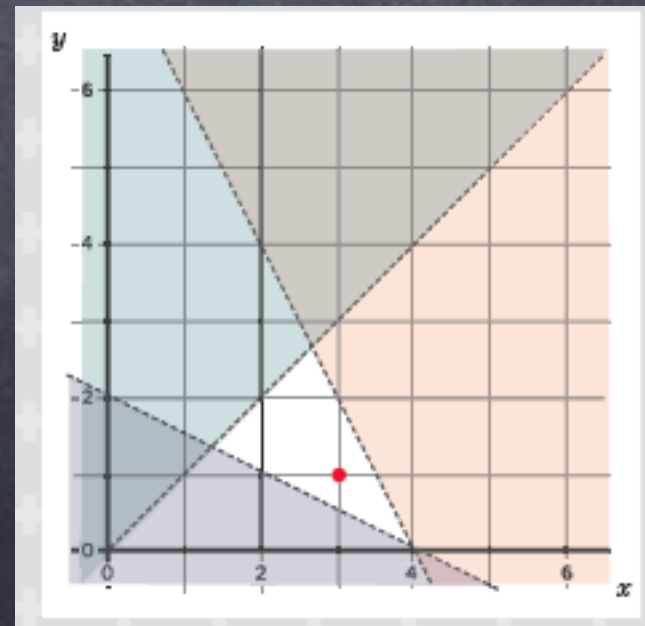
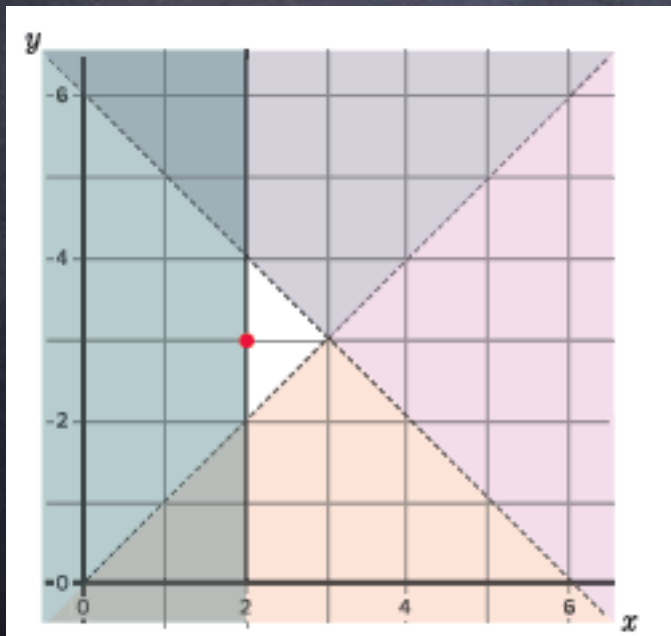


$$\cdot \gamma > x$$

$$\cdot x + \gamma < 6$$

$$\cdot x \geq 2$$

Ποιό σημείο είμαι:



## MATHEMATICS SCORING RUBRIC: A GUIDE TO SCORING EXTENDED-RESPONSE ITEMS

	<b>MATHEMATICAL KNOWLEDGE:</b>	<b>STRATEGIC KNOWLEDGE:</b>	<b>EXPLANATION:</b>
	<p>Knowledge of mathematical principles and concepts which result in a correct solution to a problem.</p>	<p>Identification and use of important elements of the problem that represent and integrate concepts which yield the solution (e.g., models, diagrams, symbols, algorithms).</p>	<p>Written explanation of the rationales and steps of the solution process. A justification of each step is provided. Though important, the length of the response, grammar, and syntax are not the critical elements of this dimension.</p>
core level			
4	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ shows complete understanding of the problem's mathematical concepts and principles</li> <li>♦ uses appropriate mathematical terminology and notations including labeling answer if appropriate</li> <li>♦ executes algorithms and computations completely and correctly</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ identifies all important elements of the problem <u>and</u> shows complete understanding of the relationships among elements</li> <li>♦ shows complete evidence of an appropriate strategy that would correctly solve the problem</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ gives a complete written explanation of the solution process; clearly explains <u>what</u> was done and <u>why</u> it was done</li> <li>♦ may include a diagram with a complete explanation of all its elements</li> </ul>
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ shows nearly complete understanding of the problem's mathematical concepts and principles</li> <li>♦ uses mostly correct mathematical terminology and notations</li> <li>♦ executes algorithms completely; computations are generally correct but may contain minor errors</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ identifies most important elements of the problem and shows a general understanding of the relationships among them</li> <li>♦ shows nearly complete evidence of an appropriate strategy for solving the problem</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ gives a nearly complete written explanation of the solution process; clearly explains <u>what</u> was done and begins to address <u>why</u> it was done</li> <li>♦ may include a diagram with most of its elements explained</li> </ul>
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ shows some understanding of the problem's mathematical concepts and principles</li> <li>♦ uses some correct mathematical terminology and notations</li> <li>♦ may contain major algorithmic or computational errors</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ identifies some important elements of the problem but shows only limited understanding of the relationships among them</li> <li>♦ shows some evidence of a strategy for solving the problem</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ gives some written explanation of the solution process; either explains <u>what</u> was done or addresses <u>why</u> it was done</li> <li>♦ explanation is vague, difficult to interpret, or does not completely match the solution process</li> <li>♦ may include a diagram with some of its elements explained</li> </ul>
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ shows limited to no understanding of the problem's mathematical concepts and principles</li> <li>♦ may misuse or fail to use mathematical terminology and notations</li> <li>♦ attempts an answer</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ fails to identify important elements or places too much emphasis on unrelated elements</li> <li>♦ reflects an inappropriate strategy for solving the problem; strategy may be difficult to identify</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ gives minimal written explanation of the solution process; may fail to explain <u>what</u> was done and <u>why</u> it was done</li> <li>♦ explanation does not match presented solution process</li> <li>♦ may include minimal discussion of the elements in a diagram; explanation of significant elements is unclear</li> </ul>
0	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ no answer attempted</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ no apparent strategy</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ no written explanation of the solution process is provided</li> </ul>